

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1 (2,0 điểm).

a) Giải phương trình: $x(x + 2) = 3$.

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} y = 2x - 1 \\ x + 3y = 11 \end{cases}$$

Câu 2 (2,0 điểm).

a) Rút gọn biểu thức:

$$P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} - \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - \frac{y - 3\sqrt{xy}}{y - x} \text{ với } x \geq 0; y \geq 0 \text{ và } x \neq y.$$

b) Một sân trường hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 16 mét. Hai lần chiều dài kém năm lần chiều rộng 28 mét. Tính chiều dài và chiều rộng của sân trường.

Câu 3 (2,0 điểm).

a) Cho đường thẳng $y = (2m - 3)x - \frac{1}{2}$ (d). Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) đi qua điểm $A\left(-\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right)$.

b) Tìm m để phương trình $x^2 - 2x - 2m + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_2^2(x_1^2 - 1) + x_1^2(x_2^2 - 1) = 8$.

Câu 4 (3,0 điểm).

Qua điểm C nằm ngoài đường tròn (O), vẽ tiếp tuyến CD với đường tròn (O) (D là tiếp điểm). Đường thẳng CO cắt đường tròn tại hai điểm A và B (A nằm giữa C và B). Kẻ dây DE vuông góc với AB tại điểm H .

- Chứng minh tam giác CED là tam giác cân.
- Chứng minh tứ giác $OECD$ là tứ giác nội tiếp.
- Chứng minh hệ thức $AC \cdot BH = AH \cdot BC$.

Câu 5 (1,0 điểm).

Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn điều kiện $\frac{1}{a+2} + \frac{3}{b+4} \leq \frac{c+1}{c+3}$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q = (a+1)(b+1)(c+1)$.

-----**Hết**-----

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

Chữ ký của giám thị 1:; Chữ ký của giám thị 2:

I) HƯỚNG DẪN CHUNG

- Thí sinh làm bài theo cách khác nhưng đúng vẫn cho điểm tối đa.
- Sau khi cộng điểm toàn bài, điểm lẻ đến 0,25 điểm.

II) ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM CHẤM (gồm 04 trang)

Câu	ý	Nội dung	Điểm
1	a	Giải phương trình: $x(x+2) = 3$	1,00
		+) Ta có: $x(x+2) = 3 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 3$	0,25
		$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$	0,25
		Phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = 1$	0,25
		$x_2 = -3$	0,25
1	b	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} y = 2x - 1 \\ x + 3y = 11 \end{cases}$	1,00
		Ta có: $\begin{cases} y = 2x - 1 \\ x + 3y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 1 \\ x + 3(2x - 1) = 11 \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 1 \\ x + 6x - 3 = 11 \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 1 \\ x = 2 \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$. KL: Hệ có nghiệm duy nhất: (2;3)	0,25
2	a	Rút gọn biểu thức: $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} - \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - \frac{y - 3\sqrt{xy}}{y - x}$ với $x \geq 0$; $y \geq 0$ và $x \neq y$.	1,00
		$P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} - \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{y - 3\sqrt{xy}}{x - y}$	0,25
		$P = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{x - y} - \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x} - \sqrt{y})}{x - y} + \frac{y - 3\sqrt{xy}}{x - y}$	0,25
		$P = \frac{x + \sqrt{xy} - 2x + 2\sqrt{xy} + y - 3\sqrt{xy}}{x - y}$	0,25
		$P = \frac{-x + y}{x - y} = -1$	0,25

2	b	Một sân trường hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 16 mét. Hai lần chiều dài kém năm lần chiều rộng 28 mét. Tính chiều dài và chiều rộng của sân trường.	1,00
		+) Gọi chiều dài, chiều rộng hình chữ nhật lần lượt là x (m), y (m), điều kiện: $x > y > 0$	0,25
		+) Do chiều dài hơn chiều rộng 16 mét nên có: $x - y = 16$ (1) +) Hai lần chiều dài kém năm lần chiều rộng 28 mét nên có: $5y - 2x = 28$ (2)	0,25
		+) Từ (1) và (2) có hệ phương trình: $\begin{cases} x - y = 16 \\ 5y - 2x = 28 \end{cases}$ Giải hệ ta được: $\begin{cases} x = 36 \\ y = 20 \end{cases}$	0,25
		+) Vậy chiều dài sân trường là 36 mét, chiều rộng sân trường là 20 mét.	0,25
3	a	Cho đường thẳng $y = (2m - 3)x - \frac{1}{2}$ (d). Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) đi qua điểm $A\left(-\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right)$.	1,00
		+) Do (d) đi qua điểm $A\left(-\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right)$ nên ta có: $\frac{2}{3} = (2m - 3) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2}$	0,25
		$\Leftrightarrow \frac{2}{3} = -m + \frac{3}{2} - \frac{1}{2}$	0,25
		$\Leftrightarrow \frac{2}{3} = -m + 1 \Leftrightarrow m = \frac{1}{3}$	0,25
		KL: $m = \frac{1}{3}$ là giá trị cần tìm.	0,25
3	b	Tìm m để phương trình $x^2 - 2x - 2m + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_2^2(x_1^2 - 1) + x_1^2(x_2^2 - 1) = 8$.	1,00
		+) Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 1 + 2m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > 0$	0,25
		+) Theo hệ thức Vi - ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 & (1) \\ x_1 \cdot x_2 = -2m + 1 & (2) \end{cases}$	
		+) Có: $x_2^2(x_1^2 - 1) + x_1^2(x_2^2 - 1) = 8 \Leftrightarrow 2(x_1 x_2)^2 - (x_1^2 + x_2^2) = 8$ $\Leftrightarrow 2(x_1 x_2)^2 - [(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2] = 8 \quad (3)$	0,25
		+) Thay (1), (2) vào (3) ta có: $2(-2m + 1)^2 - [4 - 2(-2m + 1)] = 8 \Leftrightarrow 2m^2 - 3m - 2 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{1}{2} \text{ (L)} \\ m = 2 \text{ (TM)} \end{cases}$	0,25
		KL: $m = 2$ là giá trị cần tìm	0,25

4	a	Chứng minh tam giác CED là tam giác cân.	1,00
		+) Vẽ hình đúng câu a.	0,25
		+) Xét đường tròn (O) có: $OA \perp DE$ tại H suy ra: $HD = HE$.	0,25
		+) Xét tam giác CDE có: $HC \perp DE$; $HD = HE$ \Rightarrow Tam giác CDE cân ở C .	0,25
4	b	Chứng minh tứ giác $OECD$ là tứ giác nội tiếp.	1,00
		Xét tam giác ODC và tam giác OEC có: +) $OD = OE$ (cùng là bán kính) +) OC là cạnh chung +) $CD = CE$ (Tam giác CDE cân ở C) $\Rightarrow \triangle ODC = \triangle OEC$ (c.c.c)	0,25
		$\Rightarrow \widehat{ODC} = \widehat{OEC} = 90^\circ$ do $\widehat{ODC} = 90^\circ$ (tính chất tiếp tuyến)	0,25
		$\Rightarrow \widehat{ODC} + \widehat{OEC} = 180^\circ$	0,25
		KL: Tứ giác $OECD$ nội tiếp (dấu hiệu nhận biết).	0,25
4	c	Chứng minh hệ thức $AC.BH = AH.BC$	1,00
		+) Ta có: $OA \perp DE$ tại $H \Rightarrow \widehat{AD} = \widehat{AE} \Rightarrow \widehat{ADE} = \widehat{ADC}$ $\Rightarrow DA$ là tia phân giác của góc HDC .	0,25
		+) Xét tam giác HDC có: DA là tia phân giác của góc HDC . $\Rightarrow \frac{AH}{AC} = \frac{DH}{DC} \quad (1)$	0,25
		+) Có $\widehat{ADB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow BD \perp DA$ mà DA là tia phân giác góc trong tại đỉnh D của tam giác HDC nên DB là tia phân giác góc ngoài tại đỉnh D của tam giác HDC $\Rightarrow \frac{BH}{BC} = \frac{DH}{DC} \quad (2)$	0,25
		+) Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{AH}{AC} = \frac{BH}{BC} \Leftrightarrow AH.BC = BH.AC$	0,25
5		Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn điều kiện $\frac{1}{a+2} + \frac{3}{b+4} \leq \frac{c+1}{c+3}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q = (a+1)(b+1)(c+1)$.	1,00
		+) Chứng minh bất đẳng thức: $x + y \geq 2\sqrt{xy}$ (*) với $x \geq 0, y \geq 0$. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x = y$.	0,25
		+) Ta có: $\frac{1}{a+2} + \frac{3}{b+4} \leq \frac{c+1}{c+3} \Leftrightarrow \frac{1}{a+2} + \frac{3}{b+4} + \frac{2}{c+3} \leq 1 \quad (1)$	

	<p>Áp dụng (1) và (*) ta có:</p> $\frac{a+1}{a+2} = 1 - \frac{1}{a+2} \geq \frac{3}{b+4} + \frac{2}{c+3} \geq 2\sqrt{\frac{6}{(b+4)(c+3)}}$ $\frac{b+1}{b+4} = 1 - \frac{3}{b+4} \geq \frac{1}{a+2} + \frac{2}{c+3} \geq 2\sqrt{\frac{2}{(a+2)(c+3)}}$ $\frac{c+1}{c+3} = 1 - \frac{2}{c+3} \geq \frac{1}{a+2} + \frac{3}{b+4} \geq 2\sqrt{\frac{3}{(a+2)(b+4)}}$	0,25
	<p>+) Nhân vế với vế các bất đẳng thức trên ta được:</p> $\frac{(a+1)(b+1)(c+1)}{(a+2)(b+4)(c+3)} \geq 8 \cdot \frac{6}{(a+2)(b+4)(c+3)}$ $\Leftrightarrow (a+1)(b+1)(c+1) \geq 48$	0,25
	<p>+) $\text{Min}Q = 48 \Leftrightarrow \frac{1}{a+2} = \frac{3}{b+4} = \frac{2}{c+3} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=5 \\ c=3 \end{cases}$</p>	0,25

*****Hết*****